

Vortrag von  
Prof. Jürg Kramer  
(Humboldt-Universität zu Berlin)

# RATIONALE LÖSUNGEN POLYNOMIALER GLEICHUNGEN

18.1.2024, 18:00 Uhr  
Freie Universität Berlin  
Arnimallee 3, Hörsaal 001

Ist  $f(X)$  ein Polynom in der Variablen  $X$  mit komplexen Koeffizienten, so besagt der Fundamentalsatz der Algebra, dass  $f$  mindestens eine komplexe Nullstelle besitzt, sobald der Grad von  $f$  positiv ist. In der Zahlentheorie interessiert die Frage, wie es um die Existenz rationaler Nullstellen von  $f$  steht, wenn  $f$  rationale Koeffizienten hat. Die Antwort darauf wird im Wesentlichen durch das Lemma von Gauß gegeben.

In unserem Vortrag gehen wir nun der analogen Frage nach, wenn  $f = f(X, Y)$  ein Polynom mit rationalen Koeffizienten in zwei Variablen ist. Wir werden dabei finden, dass – generisch gesehen – solche Polynome (unendlich) viele rationale Nullstellen haben, wenn deren Grad „klein“ ist, wogegen sie höchstens endlich viele rationale Nullstellen besitzen, falls deren Grad „groß“ ist.

Um diese qualitativen Sachverhalte quantitativ genauer zu verstehen, werden wir uns vom Irrationalitätsbeweis von  $\sqrt{2}$  mit Hilfe von Fermats unendlichem Abstieg inspirieren lassen. Diese Überlegungen werden uns auch zu interessanten zahlentheoretischen Fragestellungen führen, wie beispielsweise dem Kongruenzzahlproblem, die Gegenstand aktueller mathematischer Forschung sind.

Unterstützt von

